

DREYFOUS

Guía temática

CÁLCULO

DREYFOUS

TABLA DE CONTENIDO

Descripción del curso	5
Estructura del curso	7
Componentes curriculares.....	11
Desglose de unidades y lecciones.....	17
Unidad 1. Funciones	17
Lección 1. Números reales, ecuaciones e inecuaciones.....	17
Lección 2. El plano cartesiano.....	17
Lección 3. Rectas	18
Lección 4. Funciones	18
Lección 5. Funciones trigonométricas	19
Lección 6. Funciones exponenciales y logarítmicas.....	19
Unidad 2. Límites y continuidad.....	20
Lección 1. Concepto de límite de una función	20
Lección 2. Propiedades del límite de una función.....	20
Lección 3. Límites trigonométricos	21
Lección 4. Límites relacionados al infinito.....	21
Lección 5. Definición formal de límite.....	22
Lección 6. Continuidad de una función	22
Unidad 3. Derivadas	23
Lección 1. La pendiente de la recta tangente	23
Lección 2. La derivada.....	23
Lección 3. Reglas básicas de diferenciación.....	23
Lección 4. Derivada de funciones trascendentes	24
Lección 5. La recta tangente y normal.....	25
Unidad 4. Diferenciación de funciones compuestas, implícita e inversas	26
Lección 1. Funciones compuestas	26
Lección 2. Regla de la cadena	26
Lección 3. Diferenciación implícita	26
Lección 4. Diferenciación de funciones inversas	27

Unidad 5. Aplicación de la primera y segunda derivada	28
Lección 1. Intervalos crecientes y decrecientes	28
Lección 2. Concavidad y punto de inflexión	28
Lección 3. Análisis gráfico.....	29
Lección 4. Aplicaciones de la derivada	29
Unidad 6. Antiderivadas e integrales.....	31
Lección 1. Antiderivadas	31
Lección 2. Método de sustitución y cambio de variable.....	31
Lección 3. Integrales de funciones exponenciales y logarítmicas.....	31
Lección 4. Sustitución trigonométrica	32
Lección 5. Otros métodos de integración	32
Unidad 7. Ecuaciones diferenciales	33
Lección 1. Ecuaciones diferenciales	33
Lección 2. Aplicaciones de ecuaciones diferenciales.....	33
Unidad 8. Teorema fundamental del cálculo	35
Lección 1. Sumatoria y notación	35
Lección 2. Integrales definidas	35
Lección 3. Teorema fundamental del cálculo	36
Unidad 9. Área y volúmenes de revolución.....	37
Lección 1. Área de regiones.....	37
Lección 2. Volúmenes de revolución.....	37
Lección 3. Largo curva y área superficial	38
Lección 4. Trabajo, fuerza y energía.....	38

Descripción del curso

El curso de Cálculo de EduSystem tiene como objetivo fundamental desarrollar en el estudiante destrezas matemáticas de alto nivel, y crear conciencia de la importancia del estudio del cálculo para atender problemas y situaciones que se presentan en la vida cotidiana. A través del contenido desarrollado y de las estrategias y técnicas utilizadas, se propicia en el estudiante un profundo entendimiento de los conceptos, así como las destrezas técnicas necesarias para el estudio de cursos universitarios o prepararse para los exámenes de nivel avanzado. El enfoque de múltiples representaciones es utilizado a través de todo el curso para facilitar la visualización de conceptos. La manera en la que se presentan los temas y los ejemplos, y las aplicaciones que se utilizan, al igual que la forma en la que se desarrollan las destrezas matemáticas, permite que el estudiante visualice, entienda y valore su utilidad en la vida cotidiana.

El contenido del curso se alinea a los currículos de las universidades más reconocidas de Puerto Rico y en gran parte a la secuencia curricular del programa de nivel avanzado del College Board (AP). Parte de los contenidos están alineados a los *Estándares de contenido y expectativas de grado (Puerto Rico Core Standards)* del Departamento de Educación de Puerto Rico (2014) y a los *Common Core State Standards* de Estados Unidos, y hace énfasis en los estándares de Álgebra y Funciones, integrando también las áreas de Numeración y Operación, Geometría y Análisis de Datos, y Probabilidad. El estándar de función se trabaja con esmero, y se aplica especial atención a la representación gráfica de las funciones polinomiales y trascendentales como las trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

El contenido del curso contempla los tres grandes temas de cualquier curso de cálculo: límites, derivadas e integrales (antiderivadas). Las lecciones relacionadas a límite consideran los siguientes temas: concepto de límite de una función, propiedades del límite de una función, límites trigonométricos, límites relacionados al infinito, definición formal de límite y continuidad de una función. Las lecciones relacionadas a las derivadas consideran los siguientes temas: la pendiente de la recta tangente; la derivada; reglas básicas de diferenciación; la derivada de funciones trascendente; la recta tangente y normal; la diferenciación de funciones compuestas, implícitas e inversas; regla de la cadena; diferenciación de funciones inversas; aplicación de la primera y segunda derivada; concavidad y punto de inflexión; análisis gráfico y aplicaciones de la derivada.

Las lecciones relacionadas con antiderivadas e integrales contemplan los siguientes temas: concepto de antiderivadas; método de sustitución y cambio de variable; ecuaciones diferenciables; aplicaciones de ecuaciones diferenciables; antiderivadas de funciones trascendentes; integrales de función inversa; teorema fundamental del cálculo; sumatoria y notación; integrales definidos; área de regiones; área y volúmenes de revolución; largo de curva y área superficial, y aplicaciones de trabajo, fuerza y energía.

La primera unidad se diseñó con el propósito de ofrecer un repaso y contenido de referencia de temas fundamentales del curso de precálculo. Esta unidad contempla los temas: los números reales; ecuaciones e inecuaciones; el plano cartesiano; la ecuación de las rectas; funciones, y funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

Se enfatiza también en los procesos matemáticos de solución de problemas para promover la integración de materias y fomentar la comunicación y adquisición de conceptos, y el dominio de los estándares con máxima efectividad.

Los objetivos diseñados por lección consideran las destrezas y conceptos necesarios para que el estudiante pueda llevar a cabo las conexiones entre los distintos estándares de matemática establecidos por el Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR), los *Common Core State Standards* y las recomendaciones de la *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* relacionadas a las estrategias de la enseñanza de las matemáticas.

El enfoque de enseñanza se centra en el entendimiento conceptual, el desarrollo de destrezas de pensamiento crítico y la solución de problemas matemáticos como medio para la formación integral del estudiante. Durante el curso, se da importancia a los procesos fundamentales en el estudio de la matemática. A saber:

- Comprende los problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
- Razona de manera concreta y semiconcreta hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
- Construye y defiende argumentos viables, y también comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
- Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.
- Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluyendo la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
- Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.

- Discierne y usa patrones o estructuras.
- Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.

Se espera, además, que el estudiante se comunique adecuadamente utilizando la terminología matemática, y que incorpore la tecnología apropiadamente en su proceso de aprendizaje.

Estructura del curso

El curso de Cálculo DA consta de nueve unidades cuidadosamente subdivididas en diferentes lecciones. La cantidad de lecciones por unidad depende del alcance y la profundidad con que se discutan y desarrollen los diferentes temas. Cada lección cuenta con una presentación interactiva dividida, a su vez, en secciones en las que se exponen y explican los contenidos del tema a estudiar. En cada presentación se incluyen definiciones conceptuales, ejemplos concretos, explicaciones, múltiples representaciones, ejercicios de práctica, aplicación de conceptos y destrezas en la vida cotidiana.

Por otro lado, las lecciones incluyen ejercicios de práctica, pruebas cortas, asignaciones, ejercicios de autoevaluación y una ficha descriptiva con información detallada para el maestro, así como una variedad de enlaces a Internet, entre otros recursos. Las actividades son variadas y flexibles, con el propósito de satisfacer las necesidades e intereses particulares de cada estudiante. Las actividades de práctica y de autoevaluación buscan concienciar al estudiante sobre sus fortalezas y debilidades en el dominio del contenido, con el propósito de que asuma control de su aprendizaje paulatinamente. El maestro y la maestra, como parte integral y esencial del proceso, tendrán la responsabilidad de estimular, orientar, guiar y evaluar periódicamente el aprendizaje alcanzado por cada estudiante.

Las unidades se componen de las siguientes partes:

Lecciones

Cada unidad se compone de diferentes lecciones, divididas por temas, macro conceptos y destrezas. A su vez, cada lección se compone de cinco elementos fundamentales: presentación o contenido del curso, documentos en formato digital (PDF), enlaces a Internet, autoevaluación y ficha descriptiva.

- **Presentación (*Lesson Content*)**. Cada presentación contiene, de forma detallada, la explicación de los conceptos y destrezas de la lección según se establecen en los objetivos. Además, se compone de los siguientes elementos que contribuyen sistemáticamente al desarrollo del aprendizaje deseado en el estudiante:
 - **Ejemplos**. En cada sección, cuando se desarrollan destrezas, se incluyen ejemplos que explican paso a paso la solución de un ejercicio o un problema, de manera que el estudiante repase los conceptos y las destrezas presentadas.

 - **Práctica**. Incluye una serie de ejercicios cuidadosamente seleccionados para exponer al estudiante a practicar las destrezas y conceptos discutidos. Tiene el propósito de cotejar periódicamente el aprendizaje alcanzado por el estudiante antes de continuar con otros temas y destrezas. No incluye procedimientos ni explicaciones, solo incluye la solución de los ejercicios.

 - **Solución**. Se utiliza para mantener oculta la solución a un ejercicio o problema que el estudiante debe tratar de contestar. Una vez pulse este ícono, se desplegará la solución o respuesta del ejercicio.

 - **Procedimiento**. Es un rótulo detrás del cual aparecen los pasos o el algoritmo a seguir al resolver un ejercicio o problema.

 - **Demostración/Pasos**. Presenta demostraciones formales de la derivación de fórmulas o algoritmos importantes.


- **Calculadora.** Incluye la explicación de los procesos en el uso y manejo de  la calculadora para resolver los ejercicios de la sección. También conecta al estudiante con la calculadora gráfica virtual.
- **Animación.** Permite acceder a las explicaciones, procedimientos o gráficas que muestran de manera visual los conceptos y destrezas discutidos en la  sección. Permiten atender el desarrollo y entendimiento conceptual del estudiante.
- **Definición.** Incluye definiciones matemáticas formales de conceptos y  procesos mencionados o discutidos.
- **Biografía.** Incluye una corta biografía del matemático o científico al que se  le atribuye el desarrollo de la definición, fórmula, procedimiento o demostración que se utiliza en la lección.
- **Nota.** Con este ícono se puntualizan errores comunes o se refuerzan  detalles que no se deben olvidar.
- **Sabías que...** Es una sección que presenta una explicación o situación que  conecta aspectos de la vida cotidiana con las destrezas y los conceptos matemáticos discutidos. En algunos casos, esta sección muestra el vínculo entre el desarrollo del pensamiento lógico de los seres humanos con ciertas destrezas y procesos matemáticos.
- **Pestañas.** Se encuentran al lado derecho de la presentación, y pueden ser  de color vino o azul. Se despliegan hacia la izquierda, e incluyen flujogramas, biografías, notas, fotos, explicaciones, sugerencias, recordatorios, sabías que... o conocimiento previo necesario.
- **Incorrecto.** Indica cuando el estudiante ha seleccionado una respuesta  incorrecta en los ejercicios de práctica que se incluyen.

- **Correcto.** Indica la selección correcta a la respuesta de un ejercicio o problema de práctica.



- **Foto o imagen.** Conecta una explicación particular con una foto o imagen que probablemente accede al Internet.



- **Vídeo.** Es el acceso a un corto vídeo que vincula el contenido matemático con la vida cotidiana.



- **Internet.** Es un enlace directo a un sitio o portal de Internet estrechamente relacionado con el tema.

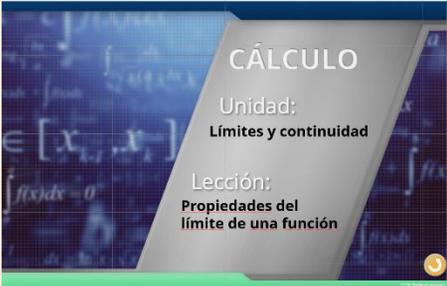
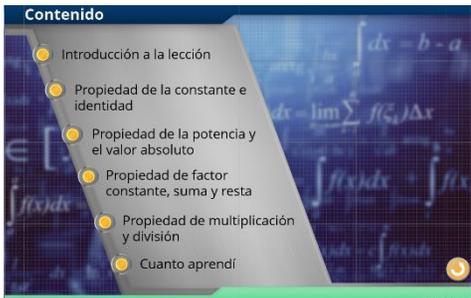
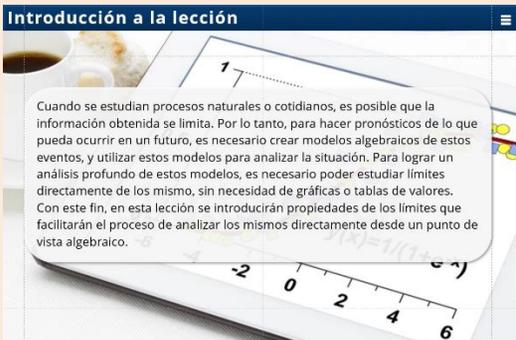


Cada una de las secciones incluidas en la presentación está conectada a un ícono en particular que la identifica, según se muestra en la explicación ofrecida. En las presentaciones iniciales del curso se incluye el ícono con la palabra que describe la sección, de esta forma el estudiante se irá familiarizando con lo que representa cada uno de los íconos. En presentaciones subsiguientes solo se incluye el ícono que da acceso a la sección. Presionar el ícono llevará la presentación inmediatamente a la sección específica que este representa.

- **Documentos en PDF.** Estos documentos incluyen una copia de ejercicios de práctica de la lección, una sección adicional de práctica, actividades para trabajar con la calculadora o asignaciones. Estos documentos se pueden imprimir para que el estudiante los trabaje a lápiz y en papel. Las asignaciones son ejercicios y problemas que el estudiante trabaja en el hogar, y que le permiten, mediante la práctica, afianzar las destrezas y los conceptos aprendidos. Las asignaciones son opcionales.
- **Enlaces a Internet.** Estos enlaces son una conexión directa al Internet, y se pueden acceder directamente desde la presentación. Los mismos incluyen explicaciones adicionales, ejemplos, aplicaciones o demostraciones que permiten el desarrollo conceptual de los estudiantes en las destrezas y los temas discutidos.

- **Autoevaluación.** Consiste en pruebas de práctica que el estudiante contesta para monitorear su propio aprendizaje antes de tomar las pruebas de evaluación formal de la unidad que ofrece el maestro o la maestra.
- **Ficha descriptiva.** Es el plan detallado de la lección. Esta incluye los objetivos específicos de la lección, los estándares y expectativas, las estrategias y recursos de enseñanza, términos clave, enlaces a Internet y referencias, entre otros. Solo el maestro tendrá acceso a las fichas descriptivas de las lecciones.

Componentes curriculares

<i>Lesson content</i>	
<p>Portada</p> 	<p>Es la carta de presentación del curso y de la lección. Identifica el curso, la unidad y la lección.</p> <p>Contiene:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Título del curso ○ Título de la unidad y la lección ○ Imagen ○ Créditos
<p>Directorio</p> 	<p>Presenta las secciones y los temas de la lección. Cada botón posee un hipervínculo hacia la sección que representa.</p>
<p>Introducción a la lección</p> 	<p>Esta sección se encuentra en todas las lecciones.</p>

Temas (contenido)

Hasta ahora se tiene que si c es positivo o negativo, $\lim_{x \rightarrow c} |x| = |c|$. Solo resta explorar el límite a medida que x se acerca a cero. Para esto, se puede implementar el método gráfico.

En la misma, se puede observar claramente que a medida que x se acerca a cero, $|x|$ también se acerca a cero. Es decir, $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$. Como se concluye:

Sea c e ϵ un valor cualquiera, $\lim_{x \rightarrow c} |x| = |c|$

Otro tipo de función que es igualmente sencilla es la función identidad. La función identidad es la función $f(x) = x$. Su gráfica es la línea recta diagonal $y = x$. Por lo tanto, utilizando el método gráfico, es posible identificar que a medida que x se acerca cualquier valor c por la derecha, $f(x)$ se acerca a c . De igual manera, a medida que x se acerca cualquier valor c por la izquierda, $f(x)$ también se acerca a c . Por lo tanto, utilizando este método concluimos que $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = c$.

Desarrollo del contenido mediante definiciones, explicaciones, ejemplos y demostraciones.

¿Cuánto aprendí?

Práctica 1

Interpreta el problema usando límites, y resuélvelos.

1) Un hogar con una cisterna de agua de 200 galones, no utiliza agua entre 10 p.m. y 6 a.m. Si la cantidad de agua en la cisterna está dada como función de tiempo, $G(t)$, y la misma está llena a capacidad, ¿Cuánta agua quedará a medida que se acercan las 6 a.m.? (Asume que t mide el tiempo en horas y $t = 0$ corresponde a las 10 p.m.)

Entre 10 p.m. y 6 a.m. no se utiliza agua. A las 10 p.m. hay 200 galones, por lo tanto, entre 10 p.m. y 6 a.m. $G(t) = 200$ se mantiene constante. Aplicando la propiedad del límite de la constante, a medida que se acercan las 6 a.m. se obtiene

$$\lim_{t \rightarrow 6} G(t) = \lim_{t \rightarrow 6} 200 = 200$$


Ejercicios cortos y objetivos dirigidos a la evaluación y aplicación del conocimiento, ubicados al finalizar el desarrollo de los temas. Contiene las soluciones.

Secciones especiales

Investiga y descubre

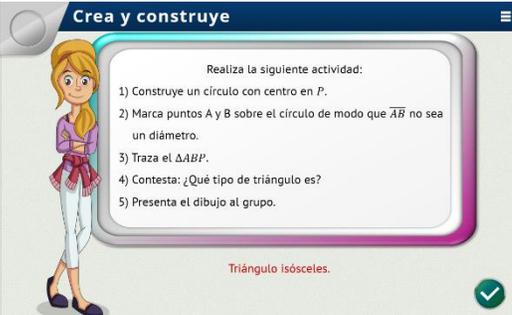


Investiga cómo se le conoce a la torre del reloj del Palacio de Westminster.

Investiga si la distancia del centro de un círculo a cualquiera de sus puntos es exactamente igual.

¿Qué otras figuras geométricas puedes apreciar en el Palacio de Westminster?

Crea y construye

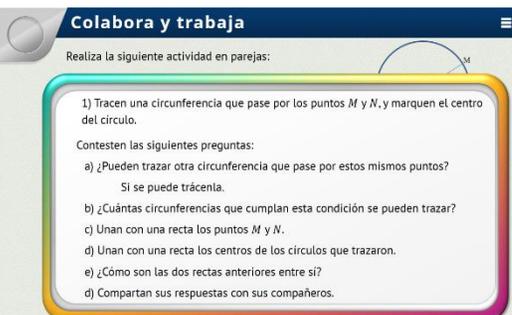


Realiza la siguiente actividad:

- 1) Construye un círculo con centro en P .
- 2) Marca puntos A y B sobre el círculo de modo que \overline{AB} no sea un diámetro.
- 3) Traza el $\triangle ABP$.
- 4) Contesta: ¿Qué tipo de triángulo es?
- 5) Presenta el dibujo al grupo.

Triángulo isósceles.

Colabora y trabaja



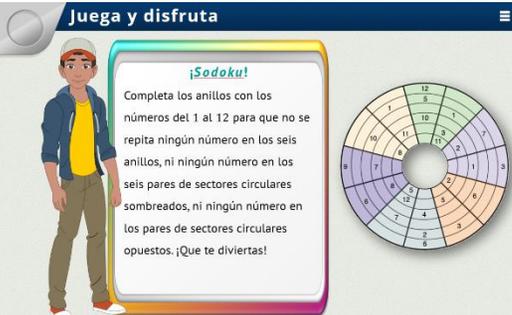
Realiza la siguiente actividad en parejas:

- 1) Tracen una circunferencia que pase por los puntos M y N , y marquen el centro del círculo.

Contesten las siguientes preguntas:

- a) ¿Pueden trazar otra circunferencia que pase por estos mismos puntos? Si se puede trázcela.
- b) ¿Cuántas circunferencias que cumplan esta condición se pueden trazar?
- c) Unan con una recta los puntos M y N .
- d) Unan con una recta los centros de los círculos que trazaron.
- e) ¿Cómo son las dos rectas anteriores entre sí?
- d) Compartan sus respuestas con sus compañeros.

Juega y disfruta



¡Sudoku!

Completa los anillos con los números del 1 al 12 para que no se repita ningún número en los seis anillos, ni ningún número en los seis pares de sectores circulares sombreados, ni ningún número en los pares de sectores circulares opuestos. ¡Que te diviertas!

Amplían las experiencias de aprendizaje de los estudiantes. Pueden aparecer una o más en la lección. Se incluirán cuando sean pertinentes.

Estas secciones son:



Investiga y descubre:
Investigación de temas adicionales o de integración con otras materias.



Crea y construye:
Aplicaciones de lo aprendido y creación de proyectos.

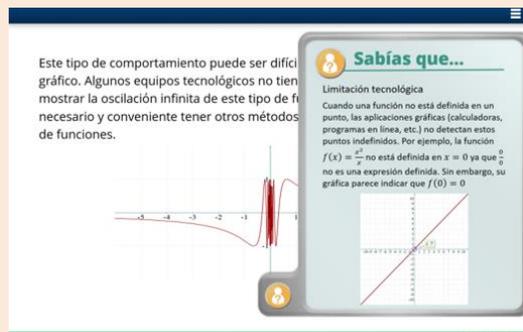
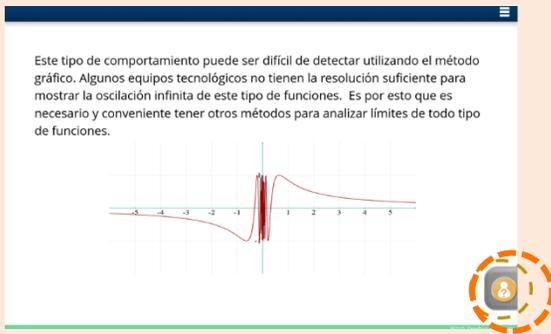


Colabora y trabaja:
Oportunidad de trabajo colaborativo o cooperativo para intercambiar conocimiento.



Juega y disfruta:
Integración de la estrategia lúdica para el desarrollo de conceptos y destrezas.

La pestaña



Al pulsar la pestaña gris que se ubica en la parte superior o inferior derecha de algunas de las plantillas del *Lesson content*, el estudiante podrá ver algunas notas importantes para reforzar o aclarar el contenido, tales como fórmulas o definiciones previas.

Directorio de botones

Navegación

	Cerrar		Créditos
	Solución		Regresar

Generales

	Animación		Práctica
	Enlace		Razona

	Definición		Repaso
	Biografía		Pasos
	Conecta lo aprendido		Gráfica
	Imagen		Calculadora
	Nota		Ejemplo
	Diagrama		Autoevaluación
	Pregunta		Procedimiento
	Vídeo		Zoom
	Sabías que...		Texto
	Desafía tu mente		
Secciones especiales			
	Investiga y descubre		Crea y construye
	Colabora y trabaja		Juega y disfruta

Documentos de trabajo

Práctica y actividades

Nombre: _____ Fecha: _____
Código: _____ Curso: Cuadrifase
Unidad: Introducción al estudio de la estadística
casos: Tipos de variables

I. Pregunta: Para cada definición con el término o concepto correspondiente.

1) _____ variable independiente por el experimento. A. Variable cualitativa
2) _____ variable cualitativa si el rango de los datos es discreto. B. Variable cuantitativa
3) _____ Support que no pueden medir en unidades. C. Variable continua
4) _____ Si fíjase y se expresan mediante números. D. Variable dependiente
5) _____ Se mide en unidades o categorías. E. Variable mixta
6) _____ Elemento al experimentar. F. Variable independiente
7) _____ Se puede contar. G. Variable cualitativa
8) _____ Puede ser un número entero de valores en un intervalo. H. Variable ordinal

II. Pregunta: Contesta los siguientes problemas. Justifica tu respuesta y da ejemplo que ejemplifiquen la respuesta.

1) ¿Cuál es la diferencia entre variables cuantitativas y cualitativas?

2) ¿Cuál es la diferencia entre variables cuantitativas y ordinales?

3) ¿Cómo se expresa como un valor entero e inmediato. a) ¿es variable de datos en datos cuantitativos o cualitativos?

4) ¿La variable de pesos de una persona es de cuál tipo, por una variable cuantitativa o cualitativa?

5) Juan fue a la biblioteca, se le otorgó tres tarjetas de servicios de café, ¿esta variable es cuantitativa o cualitativa?

6) El entrenador de fútbol y campo de la escuela está hablando a los jugadores de 10 minutos. a) ¿con información por el entrenador con datos cuantitativos o cualitativos?

7) ¿Qué deportes o deportes?

8) ¿Qué días de reposición por los tiempos obtenidos los datos cuantitativos o ordinales?

Se encuentran en todas las lecciones y se provee la clave para el docente.

- Práctica 1 y 2
- Actividad

Desglose de unidades y lecciones

Unidad 1. Funciones

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Números reales, ecuaciones e inecuaciones

Código: C341G0SU01L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- clasificar los números reales e identificar las propiedades de estos;
- resolver ecuaciones de grado uno, de valor absoluto, cuadráticas, racionales e irracionales;
- resolver inecuaciones, escribir el conjunto solución en notación de intervalos y trazar la gráfica.

Temas

- Conjunto de los números reales
- Resolución de ecuaciones
- Resolución de inecuaciones

Conceptos/vocabulario

- ecuación, enteros, inecuación, intervalos, números irracionales, números naturales, números racionales, números reales, solución

Lección 2. El plano cartesiano

Código: C341G0SU01L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- aplicar el teorema de Pitágoras para determinar la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano;
- hallar el punto medio de un segmento en el plano cartesiano;
- hallar la ecuación de un círculo en el plano cartesiano;
- identificar el centro y el radio de una circunferencia en el plano cartesiano.

Temas

- Fórmula de distancia
- Punto medio
- Ecuación del círculo

Conceptos/vocabulario

- centro, círculo, circunferencia, distancia, plano cartesiano, punto medio.

Lección 3. Rectas

Código: C341G0SU01L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- calcular e identificar la razón de cambio constante (pendiente) de una recta;
- hallar la ecuación de una recta dada la pendiente y un punto o dos puntos;
- hallar la ecuación de la recta paralela o perpendicular a una recta dada.

Temas

- Razón de cambio constante
- Ecuación de la recta
- Rectas paralelas
- Rectas perpendiculares

Conceptos/vocabulario

- constante, recta paralela, pendiente, recta perpendicular, razón, recta

Lección 4. Funciones

Código: C341G0SU01L04

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- establecer si una relación es función;
- determinar el dominio y campo de valores de una función;
- evaluar una función;
- trazar la gráfica de funciones básicas y sus transformaciones;
- realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y composición de funciones;
- hallar la función inversa.

Temas

- Evaluación
- Dominio y campo de valores
- Gráficas de funciones
- Álgebra de funciones
- Función inversa

Conceptos/vocabulario

- campo de valores, composición, dominio, evaluación, función inversa, transformaciones

Lección 5. Funciones trigonométricas

Código: C341G0SU01L05

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- hallar los valores trigonométricos de ángulos de 30, 45 y 60 grados y sus múltiplos;
- trazar la gráfica de las funciones trigonométricas del seno, coseno y tangente;
- simplificar expresiones trigonométricas aplicando las identidades trigonométricas;
- resolver triángulos aplicando las funciones inversas de las funciones trigonométricas.

Temas

- Razones y funciones trigonométricas
- Gráfica de funciones trigonométricas
- Identidades trigonométricas
- Funciones inversas

Conceptos/vocabulario

- cosecante, coseno, cotangente, identidades, función inversa, secante, seno, tangente, valores trigonométricos

Lección 6. Funciones exponenciales y logarítmicas

Código: C341G0SU01L06

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- evaluar funciones exponenciales;
- trazar la gráfica de una función exponencial;
- resolver ecuaciones exponenciales;
- cambiar una expresión exponencial a forma logarítmica y viceversa;
- resolver ecuaciones logarítmicas;
- trazar la gráfica de una función logarítmica.

Temas

- Función exponencial
- Ecuaciones exponenciales
- Logaritmos
- Función logarítmica

Conceptos/vocabulario

- base, ecuación exponencial, ecuación logarítmica, exponente, función exponencial, función logarítmica, logaritmo

Unidad 2. Límites y continuidad

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Concepto de límite de una función

Código: C341G0SU02L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- comprender el concepto del *límite de una función en un punto*;
- comprender el concepto de *límites laterales* con el fin de determinar cuándo el límite de una función existe;
- determinar si el límite de una función está definido en un punto;
- generar una intuición geométrica de los límites laterales con el fin de calcular límites por medio de gráficas;
- calcular el límite de una función en un punto por medio de su gráfica;
- generar una intuición numérica de los límites laterales con el fin de calcular límites por medio de una tabla de valores;
- calcular el límite de una función en un punto por medio de una tabla de valores.

Temas

- Notación de límite
- Límites en una gráfica
- Límites en la tabla de valores

Conceptos/vocabulario

- aproximación, límite, límite lateral

Lección 2. Propiedades del límite de una función

Código: C341G0SU02L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- aplicar las propiedades del límite con el fin de calcular límites de manera algebraica;
- conocer los límites de funciones básicas principales;
- aplicar límites conocidos y propiedades del límite con el fin de hallar límites de funciones generales;
- identificar las formas indeterminadas y aplicar herramientas para simplificarlas.

Temas

- Propiedades de la constante e identidad
- Propiedad del factor constante
- Propiedades de la suma, resta, multiplicación y división
- Propiedades de la potencia y valor absoluto

Conceptos/vocabulario

- formas indeterminadas, propiedades del límite, racionalizar, simplificar

Lección 3. Límites trigonométricos

Código: C341G0SU02L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- identificar las formas indeterminadas y las estrategias para simplificarlas;
- evaluar límites relacionados a las formas indeterminadas;
- evaluar límites de funciones trigonométricas;
- aplicar el teorema de compresión para evaluar límites de formas indeterminadas;
- identificar los límites trigonométricos especiales;
- aplicar límites trigonométricos especiales con el fin de evaluar límites de formas trigonométricas.

Temas

- Límite del seno y el coseno
- Teorema de compresión
- Límite de formas trigonométricas

Conceptos/vocabulario

- evaluación, formas indeterminadas, límites trigonométricos, teorema de compresión

Lección 4. Límites relacionados al infinito

Código: C341G0SU02L04

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- hallar el límite de una función cuando x tiende al infinito;
- aplicar el límite de una función para hallar las asíntotas vertical y horizontal.

Temas

- Asíntota vertical
- Asíntota horizontal

Conceptos/vocabulario

- asíntota horizontal, asíntota vertical, infinito

Lección 5. Definición formal de límite

Código: C341G0SU02L05

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- definir el límite de una función desde ϵ y δ .

Temas

- Definición de límite
- Demostraciones de límite
- Límites que aplica el infinito

Conceptos/vocabulario

- δ , ϵ , infinito, límite

Lección 6. Continuidad de una función

Código: C341G0SU02L06

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- definir la continuidad de una función en un valor dado;
- determinar la continuidad de una función por partes;
- determinar la continuidad sobre un intervalo de una función;
- identificar la continuidad de la suma, producto o cociente de funciones;
- determinar la continuidad de la función inversa;
- hallar los ceros de una función por el método de bisección.

Temas

- Definición de continuidad
- Propiedades de una función continua
- Continuidad en un intervalo: Teorema del valor medio

Conceptos/vocabulario

- continuidad, función inversa, función por partes, intervalo, método de bisección

Unidad 3. Derivadas

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. La pendiente de la recta tangente

Código: C341G0SU03L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- aplicar el límite del cociente de diferenciación cuando h tiende a cero para hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función;
- hallar la ecuación de la recta tangente en un punto dado de la gráfica de una función.

Temas

- Cociente de diferenciación
- Límite del cociente de diferenciación
- Razón de cambio promedio

Conceptos/vocabulario

- cociente de diferenciación, límite del cociente de diferenciación, razón de cambio promedio, recta secante, recta tangente

Lección 2. La derivada

Código: C341G0SU03L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- encontrar la derivada de una función;
- hallar la ecuación de la recta tangente en un punto dado;
- determinar si una función es diferenciable.

Temas

- Definición y notación
- Diferenciación y continuidad

Conceptos/vocabulario

- continuidad, derivada, diferenciación, recta tangente

Lección 3. Reglas básicas de diferenciación

Código: C341G0SU03L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- derivar una función aplicando la regla de la potencia;
- derivar la función constante;

- aplicar la regla de la suma y diferencia para derivar una función;
- demostrar la regla de la derivada de un producto;
- hallar la derivada de un producto;
- demostrar la regla de la derivada de un cociente;
- hallar la derivada de un cociente.

Temas

- Regla de la constante
- Regla de la identidad
- Regla de la potencia
- Regla de la suma y diferencia
- Regla del producto
- Regla del cociente

Conceptos/vocabulario

- constante, derivada, identidad, regla de la potencia, regla de la suma y resta, regla del cociente, regla del producto

Lección 4. Derivada de funciones trascendentes

Código: C341G0SU03L04

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- demostrar la derivada del seno y el coseno;
- derivar funciones trigonométricas del seno y el coseno;
- demostrar la derivada de las otras funciones trigonométricas;
- hallar la derivada de funciones trigonométricas de la tangente, la cotangente, la secante y la cosecante;
- demostrar la derivada de una función exponencial;
- hallar la derivada de una función exponencial natural;
- aplicar la regla de la cadena para hallar la derivada de funciones exponenciales;
- hallar la derivada de funciones logarítmicas;
- aplicar las directrices para hallar la diferenciación logarítmica.

Temas

- Derivada del seno y el coseno
- Derivadas de la tangente, la secante y la cosecante
- Derivadas de función exponencial y logarítmica

Conceptos/vocabulario

- derivada, función exponencial, función logarítmica, función trigonométrica

Lección 5. La recta tangente y normal

Código: C341G0SU03L05

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- hallar la recta tangente o alineación de la curva en un punto determinado;
- utilizar la diferenciación para aproximar valores de la razón de cambio de la recta tangente en un punto dado de una función.

Temas

- Ecuación de la recta tangente y normal
- Máximos y mínimos relativos

Conceptos/vocabulario

- alineación, curva, pendiente, razón de cambio, tangente

Unidad 4. Diferenciación de funciones compuestas, implícita e inversas

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Funciones compuestas

Código: C341G0SU04L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- hallar la composición de funciones;
- determinar el dominio de funciones compuestas;
- analizar las gráficas de funciones compuestas.

Temas

- Composición de funciones
- Dominio y campo de valores
- Análisis de gráficas de funciones compuestas

Conceptos/vocabulario

- composición, dominio, función compuesta

Lección 2. Regla de la cadena

Código: C341G0SU04L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- diferenciar la potencia de una función;
- demostrar la regla de la cadena;
- aplicar la regla de la cadena para diferenciar una función.

Temas

- Regla de la cadena de funciones polinomiales
- Regla de la cadena de funciones trigonométricas
- Regla de la cadena de funciones exponenciales
- Derivadas de orden mayor

Conceptos/vocabulario

- derivada, orden mayor, potencia, regla de la cadena

Lección 3. Diferenciación implícita

Código: C341G0SU04L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- usar la diferenciación implícita para hallar la derivada de una función;
- hallar la derivada de una función en puntos específicos;

- aplicar la diferenciación implícita para resolver problemas de tangencia y aplicación.

Temas

- Funciones implícitas
- Diferenciación de funciones implícitas

Conceptos/vocabulario

- compuesta, diferenciación, diferenciación implícita, regla de la cadena, tangencia

Lección 4. Diferenciación de funciones inversas

Código: C341G0SU04L04

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- demostrar cuando una función es continua y diferenciable;
- determinar la continuidad de una función;
- hallar la derivada de la función inversa;
- hallar la derivada de funciones trigonométricas inversas.

Temas

- Derivadas de funciones inversas

Conceptos/vocabulario

- Función continua, función diferenciable, función inversa.

Unidad 5. Aplicación de la primera y segunda derivada

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Intervalos crecientes y decrecientes

Código: C341G0SU05L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- determinar los extremos absolutos de una función;
- hallar los extremos relativos de una función;
- identificar los puntos críticos (máximos y mínimos) de una función;
- hallar los puntos críticos de una función en un intervalo definido;
- demostrar el teorema de Rolle relacionando con los puntos críticos de una función;
- aplicar el teorema de Rolle para hallar los puntos máximos y mínimos de una función;
- utilizar la derivada para determinar los intervalos crecientes y decrecientes de una función;
- calcular límites de forma indeterminada;
- aplicar la regla de l'Hôpital para calcular límites de formas indeterminadas;
- aplicar de maneras sucesivas la regla de l'Hôpital;
- aplicar la primera derivada para determinar los intervalos crecientes y decrecientes de la gráfica de una función;
- hallar los puntos críticos relativos de la gráfica de una función.

Temas

- Teorema del valor medio
- Intervalos crecientes y decrecientes
- Puntos críticos
- Máximos y mínimos relativos y absolutos

Conceptos/vocabulario

- Extremo absoluto, intervalo, regla de l'Hôpital, máximo relativo, mínimo relativo, puntos críticos, teorema de Rolle, valor medio

Lección 2. Concavidad y punto de inflexión

Código: C341G0SU05L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- determinar la concavidad de la gráfica de una función en un intervalo dado;
- utilizar la segunda derivada para hallar el punto de inflexión de una función;
- aplicar la primera y segunda derivada para optimizar soluciones de problemas verbales;

- hallar valores máximos y mínimos de una función.

Temas

- Concavidad
- Punto de inflexión

Conceptos/vocabulario

- concavidad, punto de inflexión, intervalo, máximo relativo, mínimo relativo, optimizar

Lección 3. Análisis gráfico

Código: C341G0SU05L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- generar la gráfica de una función dada su expresión algebraica.
- determinar la información necesaria para graficar una función.
- analizar la gráfica de una función con el propósito de extraer información sobre sus derivadas.
- analizar la gráfica de las derivadas de una función con el propósito de extraer información sobre la función.

Temas

- Bosquejo de gráficas
- Análisis gráficos

Conceptos/vocabulario

- puntos críticos, puntos de inflexión, interceptos. tendencia

Lección 4. Aplicaciones de la derivada

Código: C341G0SU05L04

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- determinar la posición de una partícula en movimiento a partir de la función posición;
- definir la velocidad y aceleración de una partícula como una razón de cambio;
- interpretar los signos algebraicos de la función velocidad y aceleración de una partícula;
- determinar la razón de cambio en problemas de aplicación;
- identificar las variables relacionadas en una razón de cambio;
- aplicar la derivada y la regla de la potencia para resolver problemas relacionados con la razón de cambio.

Temas

- Interpretación de la razón de cambio

- La derivada, velocidad y aceleración
- Problemas de razón de cambio: Tasas de cambio
- Problemas de optimización: Límites de formas indeterminadas y la regla de l'Hôpital

Conceptos/vocabulario

- aceleración, optimización, función posición, razón de cambio, tasa de cambio, velocidad

Unidad 6. Antiderivadas e integrales

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Antiderivadas

Código: C341G0SU06L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- hallar la antiderivada de una función;
- utilizar la notación de integral para expresar la antiderivada de una función;
- determinar la integral indefinida de una función;
- resolver ecuaciones diferenciales simples.

Temas

- Definición y notación
- Notación de integral indefinido
- Reglas básicas de integración
- Integración de funciones trigonométricas

Conceptos/vocabulario

- antiderivada, ecuaciones diferenciables, notación integral, integral definida, integral indefinida

Lección 2. Método de sustitución y cambio de variable

Código: C341G0SU06L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- analizar funciones compuestas con el propósito de determinar la función interior y la exterior;
- calcular antiderivadas de funciones compuestas utilizando el método de sustitución y cambio de variables.

Temas

- Funciones compuestas
- Método de sustitución

Conceptos/vocabulario

- antiderivada, compuesta, funciones trascendentes, sustitución

Lección 3. Integrales de funciones exponenciales y logarítmicas.

Código: C341G0SU06L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- analizar funciones compuestas que involucren la derivada de una función logarítmica o exponencial;
- calcular antiderivadas que involucren funciones exponenciales y logarítmicas.

Temas

Integrales de funciones exponenciales Integrales de funciones logarítmicas

Conceptos/vocabulario

- integral exponencial, integral recíproca, integral logarítmica

Lección 4. Sustitución trigonométrica

Código: C341G0SU06L04

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- identificar las diferentes formas de la identidad trigonométrica pitagórica;
- discernir entre las posibles sustituciones trigonométricas basado en la expresión presente en el integrando;
- evaluar integrales que resulten en funciones trigonométricas inversas.

Temas

- Sustitución trigonométrica

Conceptos/vocabulario

- Identidades pitagóricas, sustitución trigonométrica

Lección 5. Otros métodos de integración

Código: C341G0SU06L05

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- identificar cuando es necesario completar el cuadrado para poder evaluar una integral;
- evaluar integrales utilizando el método de completar el cuadrado;
- efectuar división larga de polinomios de forma efectiva;
- evaluar integrales utilizando el método de división larga;

Temas

- Completar el cuadrado
- Integración por división larga

Conceptos/vocabulario

- cociente, completar el cuadrado, división larga, residuo

Unidad 7. Ecuaciones diferenciables

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Ecuaciones diferenciables

Código: C341G0SU07L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- identificar la solución de una ecuación diferencial;
- interpretar campos direccionales asociados a una ecuación diferencial;
- resolver ecuaciones diferenciales separables;
- resolver ecuaciones diferenciales lineales;
- resolver problemas de valor inicial;

Temas

Ecuaciones diferenciales y sus soluciones

- Campos de pendientes
- Resolución de ecuaciones diferenciales de primer grado.
- Separación de variables.
- Problemas de valor inicial

Conceptos/vocabulario

- campo de pendiente, ecuación diferencial, grado de una ecuación diferencial, valor inicial.

Lección 2. Aplicaciones de ecuaciones diferenciales

Código: C341G0SU07L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- definir la velocidad y aceleración de una partícula como una razón de cambio;
- determinar la posición de una partícula a partir de la función velocidad o aceleración;
- aplicará los problemas de valor inicial a situaciones de movimiento armónico simple;
- resolverá problemas de crecimiento y decaimiento con aplicaciones a la economía y el crecimiento poblacional.

Temas

- Problemas de movimiento lineal
- Movimiento armónico simple
- Aplicaciones a la economía
- Crecimiento, decaimiento y ecuación logística

Conceptos/vocabulario

- crecimiento exponencial, decaimiento exponencial, ecuación de resorte, ecuación logística, movimiento armónico.

Unidad 8. Teorema fundamental del cálculo

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Sumatoria y notación

Código: C341G0SU08L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- aplicar las reglas de sumatorias para simplificar expresiones.

Temas

- Sumatorias y sus propiedades
- Sumas especiales

Conceptos/vocabulario

- sigma, sumatoria

Lección 2. Integrales definidas

Código: C341G0SU08L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- hallar el área bajo a curva de una función acotada por el eje de x definida en un intervalo $[a, b]$;
- utilizar y simplificar expresiones con el signo sigma (Σ);
- hallar el área bajo la curva de una función utilizando el límite de una sumatoria;
- calcular la suma de Riemann para una función determinada;
- definir la integral definida para un intervalo $[a, b]$;
- determinar si una función tiene integrabilidad en un intervalo $[a, b]$;
- hallar el área bajo la curva de una función como una integral definida.

Temas

- Área bajo la curva
- Sumatoria de Riemann
- Propiedades de la integral definida

Conceptos/vocabulario

- área, integral definida, intervalo, suma de Riemann, sigma, sumatoria

Lección 3. Teorema fundamental del cálculo

Código: C341G0SU08L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- demostrar el teorema fundamental del cálculo;
- aplicar el teorema fundamental del cálculo para hallar y evaluar integrales definidas;
- utilizar el teorema fundamental del cálculo en la forma de derivada;
- aplicar la regla de la cadena como técnica de integración.

Temas

- Definición
- Demostración
- Evaluación de integrales definidas
- Regla del trapecio
- Regla de Simpson

Conceptos/vocabulario

- integral definida, intervalo, regla de Simpson, regla del trapecio, teorema fundamental del cálculo

Unidad 9. Área y volúmenes de revolución

Al finalizar esta unidad, el estudiante habrá completado los objetivos que se encuentran en las siguientes lecciones:

Lección 1. Área de regiones

Código: C341G0SU09L01

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- hallar el área bajo la curva de una función acotada por el eje de x ;
- hallar el área entre dos curvas de funciones intersecadas.

Temas

- Área bajo la curva de una función
- Área entre curvas

Conceptos/vocabulario

- Función acotada, área, funciones intersecadas, región

Lección 2. Volúmenes de revolución

Código: C341G0SU09L02

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- construir integrales para hallar el volumen de un cuerpo tridimensional;
- hallar el volumen de un sólido con el método de rebanadas rectangulares;
- hallar el volumen de un sólido con el método de rebanadas circulares;
- hallar el volumen de un sólido con método de rebanadas en forma de arandelas;
- construir integrales para hallar el volumen de un cuerpo tridimensional;
- hallar el volumen de un sólido con el método de los cascarones rectangulares.

Temas

- Método del disco
- Método del aro
- Método del cilindro

Conceptos/vocabulario

- Método del aro, método de cascarones, método del cilindro, método del disco, integral, método de rebanadas, sólidos de revolución, figuras tridimensionales, volumen

Lección 3. Largo curva y área superficial

Código: C341G0SU09L03

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- construir integrales para hallar la longitud del arco entre dos puntos de una función;
- hallar la longitud de arco de un segmento de la gráfica de una función;
- construir integrales para hallar el área de la superficie de un sólido de revolución;
- hallar el área de un sólido de revolución.

Temas

- Largo de arco de una curva
- Área superficial de sólido de revolución

Conceptos/vocabulario

- arco, longitud, revolución, segmento, sólido, superficie

Lección 4. Trabajo, fuerza y energía

Código: C341G0SU09L04

Objetivos

Al finalizar esta lección, el estudiante podrá:

- utilizar la integral para hallar la posición o velocidad de un objeto partiendo de la función velocidad o aceleración respectivamente;
- aplicar la integral en la resolución de problemas verbales;
- construir una integral para calcular y determinar el trabajo realizado expresado en un modelo matemático;
- aplicar la integral para calcular trabajo en problemas de aplicación;
- construir una integral para calcular y determinar la presión y fuerza de un fluido expresado en un modelo matemático;
- aplicar la integral para calcular la presión y fuerza de un fluido en problemas de aplicación;
- construir una integral para calcular el centro de masa y centroide de sólido expresados en un modelo matemático;
- aplicar la integral para calcular el centro de masa y centroide en problemas de aplicación.
- utilizará las integrales para resolver problemas de aplicación relacionados a la economía y las ciencias naturales.

Temas

- Trabajo de una bomba
- Compresión y expansión de gases
- Fuerza de presión de un líquido

- Energía
- Fuerza gravitacional
- Consumidores y superávit
- Contaminación
- Circulación
-

Conceptos/vocabulario

- bomba, centro de masa, circulación, compresión, consumo energía, expansión, fluido, fuerza, gas, superávit